

付録. 再生産関係の推定・管理基準値計算・将来予測シミュレーションに関する技術ノート

(平成 31 年度研究機関会議版)

ABCWG

2019/06/25

1 基本的な式と記号の説明

本資料で使われる主要な数式記号の定義 (表 1), ホッケー・スティック (HS)[1], ベバートン・ホルト (BH)[2], リッカー (RI)[3] 型の再生産関係式, 個体群動態の基本的な式を以下に示した.

ホッケー・スティック型再生産関係 (HS)

$$R(SB_t|a, b) = \begin{cases} aSB_{t-S_{\min}} & (SB_{t-S_{\min}} < b) \\ ab & (SB_{t-S_{\min}} \geq b) \end{cases} \quad (1)$$

ただし, 親魚量と加入量が線形関係の場合には過去最大親魚量を HS の折れ点と仮定する. 一方, 観察された親魚量の範囲で加入がほぼ一定となる場合には, HS の折れ点を過去最小親魚量とする.

ベバートン・ホルト型再生産関係 (BH)

$$R(SB_t|a, b) = \frac{aSB_{t-S_{\min}}}{1 + bSB_{t-S_{\min}}} \quad (2)$$

リッカー型再生産関係 (RI)

$$R(SB_t|a, b) = aSB_{t-S_{\min}} \exp(-bSB_{t-S_{\min}}) \quad (3)$$

個体群動態の式

個体群動態の決定論的な基本式は以下のような年齢構造モデルで表す．

$$N_{s,t} = \begin{cases} R(SB_t|a, b) & s = S_{\min} \\ N_{s-1,t-1} \exp(-M_{s-1,t-1} - F_{s-1,t-1}) & S_{\min} < s < S_{\max} \\ N_{s-1,t-1} \exp(-M_{s-1,t-1} - F_{s-1,t-1}) + N_{s,t-1} \exp(-M_{s,t-1} - F_{s,t-1}) & s = S_{\max} \end{cases} \quad (4)$$

2 再生産関係式のパラメータ推定

まず，残差の自己相関を考慮せずにパラメータ a, b を推定する (2.1 節)．このときは最小二乗法または最小絶対値法を使用する．さらに，残差の自己相関も考慮するかどうかを検討する (2.2 節)．

2.1 パラメータ a, b の推定

観測値と再生産関係式からの予測値との残差 $\varepsilon_t (T_1 \leq t \leq T_2)$ を

$$\varepsilon_t = \log(N_{S_{\min},t}^{\text{obs}}) - \log R(SB_{t-S_{\min}}^{-\text{mathrm{obs}}}|a, b) \quad (5)$$

と定義し，最小二乗法の場合には

$$\sum_{t=T_1}^{T_2} \varepsilon_t^2 \quad (6)$$

最小絶対値法の場合には

$$\sum_{t=T_1}^{T_2} |\varepsilon_t| \quad (7)$$

を最小化することで，パラメータ a, b を推定する．最小絶対値法の方が，外れ値の影響を受けにくく，頑健な推定値が得られやすい．AIC 等の情報量規準で使用される対数尤度は，最小二乗法の場合は正規分布，最小絶対値法の場合はラプラス分布を用いて計算される．どちらの最適化法を用いた場合でも，残差の標準偏差 σ は

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=T_1}^{T_2} \varepsilon_t^2} \quad (8)$$

と定義する．

2.2 残差の自己相関の有無を判断する

推定された再生産パラメータ a, b のもとで，加入の予測値に対する観測値の残差 ε_t に自己相関があるかどうかを検討する．具体的には，残差についての自己回帰モデル (式 9) における自己相関

係数 ρ の推定をおこなう．

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + \xi_t \quad (9)$$

ここで ξ_t は

$$\xi_t \sim \text{Normal}(0, (1 - \rho^2)\sigma^2) \quad (10)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \left[\varepsilon_{T_1}^2 + \frac{1}{1 - \rho^2} \sum_{t=T_1+1}^{T_2} (\varepsilon_t - \rho\varepsilon_{t-1})^2 \right]} \quad (11)$$

である．自己相関の影響を除いたときの加入の残差の分散は $(1 - \rho^2)\sigma^2$ で，自己相関でも説明しきれなかったランダムな加入変動の大きさを示す．平成 31 年度研究機関会議で SD として示されている数値は $\sqrt{(1 - \rho^2)\sigma^2}$ に対応する．

ρ の推定については，本資料で示した手順のように，再生産関係式のパラメータ a, b を推定してから，事後的に ρ を最尤法で推定する手法が推奨される．正確尤度 (exact likelihood) を用いて， a, b, ρ を同時に推定する方法も考えられるが，最尤推定値を得ることが難しい，推定値にバイアスが生じる，推定値が不安定になるなどの問題点がある [5]．特に，HS を用いた時に局所解が複数存在し，推定値がさらに不安定になる現象も確認されている (未発表)．自己相関を導入したほうがよいかどうかは， ρ が統計的に有意かどうかや AIC 等を用いて判断する．また，簡便には R[6] で実装されている関数 acf で出力される図で示される 95% 信頼区間等からも判断できる．

3 管理基準値の推定

管理基準値は，推定された再生産関係パラメータと確率的な加入変動等のもとで，漁獲係数を一定にした場合の確率的な平衡状態 (時系列的に平均値が一定) となるときの漁獲量や資源量の平均値などを使って推定する．通常は，近年の代表的な年齢別漁獲係数 $F_{\text{current},s}$ に対して，選択率を保ったまま一律に漁獲圧を削減または増加させるような漁獲係数一定のシナリオを想定する．この場合の将来の漁獲係数は $F_{\text{current},s}$ に特定の乗数 α を乗じた $\alpha F_{\text{current},s}$ となる．ここで $1 - \alpha$ は，例えば $\alpha < 1$ の場合，目的とする管理基準値を得るために削減すべき漁獲努力量の削減率と解釈される．年齢別漁獲係数 $F_{\text{current},s}$ は，通常，資源評価最終年を含む直近 l 年分の年齢別漁獲係数の平均値が用いられ，以下のように計算される．

$$F_{\text{current},s} = \sum_{t=T_3-l+1}^{T_3} \frac{F_{s,t}}{l} \quad (12)$$

確率的シミュレーションにおける加入尾数は，再生産関係式から計算される加入尾数にランダムな誤差 $\exp(\varepsilon_t^k)$ を乗じたものとして計算される． ε_t^k は，対数正規分布の誤差を仮定する場合には

$$\varepsilon_t^k \sim \begin{cases} \text{Normal}(0, \sigma^2) & \rho = 0 \\ \text{Normal}(\rho\varepsilon_{t-1}^k, (1 - \rho^2)\sigma^2) & \rho > 0 \end{cases} \quad (13)$$

となる．また，残差リサンプリングによるシミュレーションを実施する場合には

$$\varepsilon_t^k \sim (\text{random draw from } \varepsilon_{t=T_1, \dots, T_2}) \quad (14)$$

となる．

以上より，管理基準値計算のために実施する確率的シミュレーションにおける個体群動態式は以下となる．

$$N_{s,t}^k = \begin{cases} R(SB_t^k | a, b) \exp(\varepsilon_t^k + \kappa) & s = S_{\min} \\ N_{s-1,t-1}^k \exp(-M_{s-1,t-1} - \alpha F_{\text{current},s}) & S_{\min} < s < S_{\max} \\ N_{s-1,t-1}^k \exp(-M_{s-1,t-1} - \alpha F_{\text{current},s}) + N_{s,t-1}^k \exp(-M_{s,t-1} - \alpha F_{\text{current},s}) & s = S_{\max} \end{cases} \quad (15)$$

ここでは $t \geq T_3$ で， $t = T_3$ のとき $N_t^k = N_t^{\text{obs}}$ ， $F_t^k = F_t^{\text{obs}}$ とする． κ は漁獲なしのときの親魚量（初期資源量） SB_0 の決定論的な値（式 4）と，確率的予測値（式 15）の平均を一致させるためのバイアス補正項で，対数正規分布を仮定する場合には $\kappa = -0.5\sigma^2$ ，残差リサンプリングをおこなう場合には $-\frac{\sum_{t=T_1}^{T_2} \exp(\varepsilon_t)}{n}$ となる．

管理基準値は， α を様々に変え，十分平衡状態に達したと判断される T_4 年における状態から推定する．経験的には， $T_4 = T_3 + 20G$ であれば十分平衡状態に達するようだが，系群によって平衡状態に十分達したと判断される年数を用いる．

3.1 MSY 管理基準値

MSY 管理基準値は， K 回シミュレーションを実施した場合の T_4 年における漁獲量 $C_{T_4}^k$ の平均値（ $\frac{\sum_{k=1}^K C_{T_4}^k}{K}$ ）が最大になるような α を探索的に求め，推定する． $C_{T_4}^k$ は，資源量推定に Baranov の漁獲方程式を使っている場合，

$$C_{T_4}^k = \sum_{s=S_{\min}}^{S_{\max}} \frac{\alpha F_{\text{current},s}}{\alpha F_{\text{current},s} + M_{s,T_4}} \exp(-\alpha F_{\text{current},s} - M_{s,T_4}) N_{s,T_4}^k v_{s,T_4} \quad (16)$$

Pope の近似式を使っている場合

$$C_{T_4}^k = \sum_{s=S_{\min}}^{S_{\max}} (1 - \exp(-\alpha F_{\text{current},s})) \exp(-\frac{M_{s,T_4}}{2}) N_{s,T_4}^k v_{s,T_4} \quad (17)$$

で計算される．このときの平均漁獲量を MSY， $\alpha F_{\text{current},s}$ を $F_{\text{msy},s}$ と定義する．また， $F_{s,t}^k = F_{\text{msy},s}$ で K 回シミュレーションを行ったときの $t = T_4$ における親魚資源量の平均（ $\sum_{k=1}^K SB_{T_4}^k / K$ ）が SB_{msy} ， $\text{MSY} / \sum_{k=1}^K B_{T_4}^k K^{-1}$ を MSY を与える漁獲率（ U_{msy} ）とする． K は乱数の違いによって推定値が大きく変わらないくらい十分に大きい数を用いる（自己相関なしの場合は最低 2000 回，ありの場合は 1 万回以上が望ましい）．

$F_{\text{msy},s}$ は年齢別の漁獲係数のベクトルとして与えられ，特定の選択率を前提する．そのため，神戸プロットなどのために，過去に見られた年齢別漁獲係数 $F_{t,s}^{\text{obs}}$ が $F_{\text{msy},s}$ に比べてどの程度大き

かった・小さかったか (F/F_{msy}) を計算するためには, MSY 計算で前提とされた選択率と過去の選択率の違いを考慮する必要がある. 具体的には $F_{\text{msy},s}$ のときの SPR に一致するような $\alpha F_{t,s}^{\text{obs}}$ を求め, $1/\alpha = F/F_{\text{msy}}$ と定義する.

3.2 その他の管理基準値

その他, 平衡状態において特定の平均漁獲量 (たとえば, 限界管理基準値の標準値となる MSY の 60% や, 禁漁水準を与える MSY の 10% など) や平均親魚量 (たとえば SB_0 の 30% など) を達成するような管理基準値を計算する場合も同様に, $t = T_4$ において平均漁獲量または親魚量が目的とする値と一致するような α を探索的に求め, 得られた漁獲係数のもとで平衡状態に達したときの平均親魚量を資源量の管理基準値として用いる.

4 ABC 算定や目標達成確率計算のための将来予測

漁獲管理規則のもとでの中長期的な将来予測でも, 加入誤差については, 基本的に式 13, 14 などから計算された ε_t^k を用いて計算する. 一方, 将来の漁獲係数は漁獲管理規則に従って毎年異なる値 $F_{s,t}^k$ を用いる. したがって, 短期予測のための将来予測の個体群動態式は

$$N_{s,t}^k = \begin{cases} R(SB_t^k | a, b) \exp(\varepsilon_t^k + \kappa) & s = S_{\min} \\ N_{s-1,t-1}^k \exp(-M_{s-1,t-1} - F_{s-1,t-1}^k) & S_{\min} < s < S_{\max} \\ N_{s-1,t-1}^k \exp(-M_{s-1,t-1} - F_{s-1,t-1}^k) + N_{s,t-1}^k \exp(-M_{s,t-1} - F_{s,t-1}^k) & s = S_{\max} \end{cases} \quad (18)$$

となる. $F_{s,t}^k$ は, 通常, 管理の開始を $T_3 + 2$ 年目からと想定し,

$$F_{s,t}^k = \begin{cases} F_{\text{current},s} & t = T_3 + 1 \\ \beta\gamma F_{\text{msy},s} = \alpha\beta\gamma F_{\text{current},s} & t > T_3 + 1 \end{cases} \quad (19)$$

と仮定する. $t = T_3 + 1$ 年目の $F_{s,t}^k$ については必ずしも $F_{\text{current},s}$ を用いる必要はなく, $T_3 + 1$ 年目の漁獲状況を最もよく代表していると判断される漁獲係数をあてる. $t > T_3 + 1$ では, 漁獲管理規則から計算される β, γ を $F_{\text{msy},s}$ に乗じる. 漁獲管理規則における β は 1 以下の安全係数で一定値をとり, γ は図 2 に示された漁獲管理規則に従って以下のように計算される.

$$\gamma = \begin{cases} 1 & SB_{\text{limit}} < SB_t^k \\ \frac{SB_t^k - SB_{\text{ban}}}{SB_{\text{limit}} - SB_{\text{ban}}} & SB_{\text{ban}} < SB_t^k \leq SB_{\text{limit}} \\ 0 & SB_t^k \leq SB_{\text{ban}} \end{cases} \quad (20)$$

ここで SB_{limit} は限界管理基準値, SB_{ban} は禁漁水準である.

ABC は通常 $T_3 + 2$ 年目の漁獲量の平均値として算出される. 資源量推定に Baranov の漁獲方程式を使っている場合には

$$C_{T_3+2}^k = \sum_{s=S_{\min}}^{S_{\max}} \frac{F_{s,T_3+2}^k}{F_{s,T_3+2}^k + M_{s,T_3+2}} \exp(-F_{s,T_3+2}^k - M_{s,T_3+2}) N_{s,T_3+2}^k v_{s,T_3+2} \quad (21)$$

Pope の近似式を使っている場合には

$$C_{T_3+2}^k = \sum_{s=S_{\min}}^{S_{\max}} (1 - \exp(-F_{s,T_3+2}^k)) \exp(-\frac{M_{s,T_3+2}}{2}) N_{s,T_3+2}^k v_{s,T_3+2} \quad (22)$$

より計算された漁獲量 $C_{T_3+2}^k$ の平均値 $\sum_{k=1}^K \frac{C_{T_3+2}^k}{K}$ が ABC として提案される。

参考文献

- [1] Clark CW, Charles AT, Beddington JR, Mangel M (1985) Optimal capacity decisions in a developing fishery. *Marine Resource Economics* 2:25–53.
- [2] Beverton RJH, Holt SJ (1957) *On the Dynamics of Exploited Fish Populations*. Her Majesty 's Stationary Office, London.
- [3] Ricker WE (1954) Stock and recruitment. *Journal of Fisheries Research Board of Canada* 11:559–623.
- [4] Thorson JT, Jensen OP, Zipinc EF (2014) How variable is recruitment for exploited marine fishes? *Can J Fish Aquat Sci* 71:973–983
- [5] Johnson KF, Council E, Thorson JT, Brooks E, Methot RD, Punt AE (2016) Can auto-correlated recruitment be estimated using integrated assessment models and how does it affect population forecasts? *Fish Res* 183:222–232
- [6] R Core Team (2018) R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>

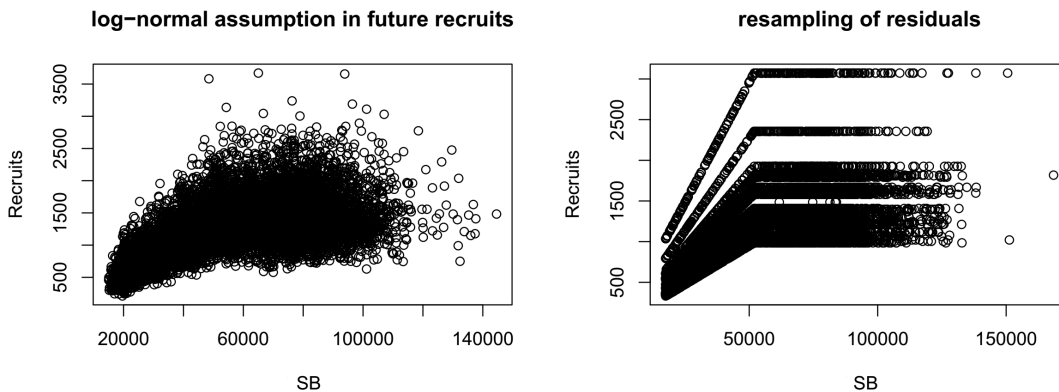


図1 将来予測における誤差分布の仮定の違い。(左) 対数正規分布の誤差を仮定した場合。(右) 残差のリサンプリングによる誤差を仮定した場合

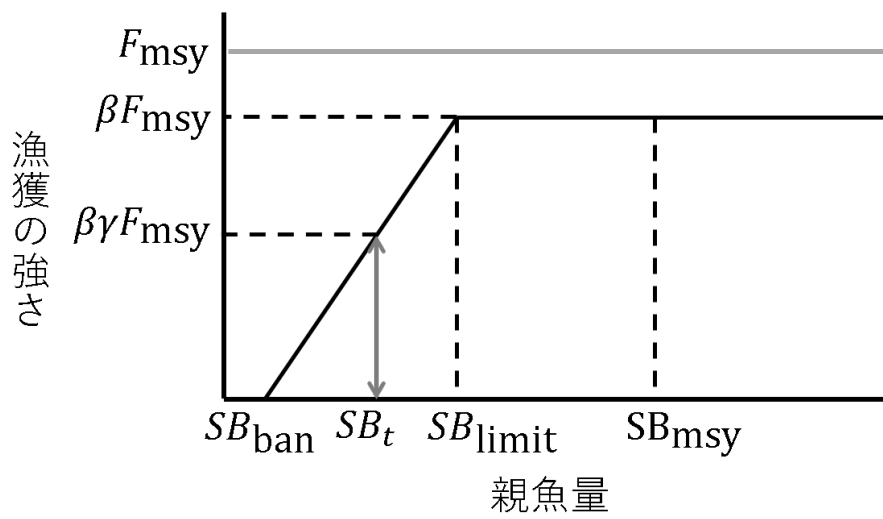


図2 1系資源の漁獲制御ルールの様式図

表 1 本資料で用いられる数式の記号の定義

記号	説明
t	時間 (time) の次元を表す添え字．通常は年なので，ここでは t 年といった表記を使用する．資源評価開始年を $t = 1$ ，資源評価最終年を $t = T_3$ とする．将来予測開始年は $t = T_3 + 1$ ，一定の漁獲圧で漁獲して平衡状態に達したときの年を T_4 とする．また，再生産関係の推定のためにデータを用いる最初の加入年を T_1 ，最後の加入年を T_2 とする．通常は， $1 \leq T_1 < T_2 \leq T_3 \ll T_4$ ．
s	成長段階 (stage) を表す添え字．通常は年齢なので，ここでは s 歳といった表記を使用する． $s = S_{\min}, \dots, S_{\max}$ で， S_{\min} は加入年齢， S_{\max} は S_{\max} 歳以上をひとまとめにしたグループ (プラスグループ)．
$N_{s,t}$	s 歳 t 年の資源尾数．たとえば加入尾数は $N_{S_{\min},t}$ となる．
$F_{s,t}$	s 歳 t 年における漁獲死亡係数
$M_{s,t}$	s 歳 t 年における自然死亡係数
$m_{s,t}$	s 歳 t 年における成熟率
$w_{s,t}$	親魚量を計算するときの s 歳 t 年の個体あたりの体重
$v_{s,t}$	漁獲量を計算するときの s 歳 t 年の個体あたりの体重
SB_t	t 年の親魚資源量． $SB_t = \sum_{s=S_{\min}}^{S_{\max}} N_{s,t} w_{s,t} m_{s,t}$ ．
B_t	t 年の総資源量． $B_t = \sum_{s=S_{\min}}^{S_{\max}} N_{s,t} w_{s,t}$ ．
k	確率的な将来予測シミュレーションにおける各試行に対する添字．将来予測の期間で各パラメータの右上につけて各試行ごとの値を示す．例えば，将来予測における加入尾数の場合は $N_{S_{\min},t}^k$ ，親魚量の場合は SB_t^k のように使用する． $k = 1, \dots, K$ ．
obs	資源評価モデルにより得られた過去の資源評価値に対する添字．再生産関係を推定するには観測値 (observation) として取り扱うため，obs と表記した．例えば過去の加入尾数は $N_{S_{\min},t}^{\text{obs}}$ となる．
G	世代時間 (年)． $\sum_{s=0}^{\infty} (s \exp(-\sum_s M_{s,t}) m_{s,t}) / (\exp(-\sum_s M_{s,t}) m_{s,t})$ と定義する．
n	再生産関係推定に用いるデータの数． $n = T_2 - T_1 + 1$ ．
ε_t	t 年の再生産関係からの加入尾数の予測値と観測値の対数残差
σ	再生産関係からの加入尾数の予測値と観測値の対数残差における標準偏差
ρ	加入の対数値の残差の自己相関係数
κ	将来予測における加入尾数のバイアス補正のための係数
a, b	再生産関係で推定されるパラメータ
$R(SB_t a, b)$	パラメータ a, b と親魚資源量 SB_t を持つ再生産関係式，またはそこから計算される加入尾数の期待値